

Proposition de Stage de M1 (Année 2025-2026)

Commande optimale hybride et raffinement adaptatif de maillage

Contexte

La commande optimale vise à piloter un système dynamique en minimisant un critère de performance tout en respectant des contraintes sur l'état et la commande [3, 4]. Ce domaine est essentiel dans de nombreux secteurs tels que l'aérospatial, la robotique, la gestion de l'énergie ou la biologie mathématique.

Une approche classique pour résoudre ces problèmes est la *méthode directe*. Elle consiste à discrétiser le problème de commande optimale (OCP) pour le transformer en un problème d'optimisation non linéaire (NLP) [2]. Ce dernier est ensuite résolu par des solveurs spécialisés (*Ipopt*, *MADNLP*, etc.). Cependant, l'efficacité de ces solveurs, reposant sur le calcul de gradients, diminue lorsque les données du système (dynamique, coût) présentent des discontinuités.

Dans de nombreuses situations réalistes, les systèmes présentent plusieurs régimes dynamiques distincts activés selon la région de l'espace d'état : on parle de *systèmes hybrides*. Un modèle type s'écrit :

$$\dot{x}(t) = \begin{cases} f_1(x(t), u(t)) & \text{si } F(x(t)) < 0, \\ f_2(x(t), u(t)) & \text{si } F(x(t)) > 0, \end{cases}$$

où la surface $F(x) = 0$ définit l'interface de commutation.

Objectifs du stage

L'objectif de ce stage est de développer des méthodes numériques performantes pour la commande optimale de systèmes hybrides. L'approche privilégiera une méthode de *pénalisation* (dans l'esprit de [1]) couplée à une stratégie de *raffinement adaptatif de maillage*.

En effet, la pénalisation permet de lisser la dynamique, mais nécessite une grande précision numérique au voisinage de la surface de commutation $F(x) = 0$. Le raffinement adaptatif consistera à densifier la grille de discrétisation temporelle uniquement dans les zones de transition. Cette stratégie vise à garantir une haute précision de la solution tout en optimisant le temps de calcul.

Le stagiaire mettra en œuvre un algorithme combinant :

- L'ajout de contrôles auxiliaires et la considération d'un coût pénalisé.
- Une stratégie de raffinement adaptatif de la grille temporelle.

Déroulement du travail

Le travail s'articulera autour des étapes suivantes :

1. **Étude bibliographique** : Appropriation des méthodes directes, des techniques de pénalisation pour systèmes hybrides et des stratégies de maillage adaptatif.
2. **Développement méthodologique** : Formulation mathématique de la stratégie de raffinement couplée à la pénalisation.
3. **Implémentation numérique** : Codage de la méthode sous le langage **Julia** (en s'appuyant sur l'écosystème [OptimalControl.jl](#)).
4. **Validation** : Tests de performance sur des benchmarks classiques pour comparer l'approche (précision/temps de calcul) aux maillages uniformes.

Encadrement et Lieu

Le stage sera co-encadré par :

- **Anas Bouali**, postdoctorant à l'UMR MISTEA (INRAE Montpellier).
- **Olivier Cots**, Maître de Conférences à l'ENSEEIH (Toulouse).

Le stage se déroulera au sein de l'UMR **MISTEA - Centre INRAE Occitanie-Montpellier**.

Contacts :

- Anas Bouali : anas.bouali@inrae.fr
- Olivier Cots : olivier.cots@toulouse-inp.fr

Références

- [1] A. Bouali, A. Rapaport, T. Bayen. *Regularization of optimal control problems on stratified domains using additional controls*. To appear in SIAM Journal on Control and Optimization, 2026.
- [2] J. T. Betts. *Practical Methods for Optimal Control and Estimation Using Nonlinear Programming*. SIAM, 2010.
- [3] E. Trélat. *Contrôle optimal : théorie et applications*. Notes de cours, Sorbonne Université, 2013.
- [4] M. S. Ross. *A Primer on Pontryagin's Principle in Optimal Control*. Collegiate Publishers, 2015.